Lección 9: Markov III

Jesús Savage, Carlos Rivera

24 de mayo de 2021

Índice

1. Secuencia óptima de estados de una HMM
2. Algoritmo de Viterbi
3. Reconocimiento de palabras claves
4. Reconocimiento de voz de palabras continuas
5. Estimación de los parametros de una HMM

Secuencia óptima de estados de una HMM

Problema 2:
Dada la secuencia de observación $\underline{O} = (O_1, O_2, ..., O_T)$ y el modelo λ de una HMM, ¿cómo se escoje la secuencia óptima $\underline{q} = (q_1, q_2, ..., q_T)$ que mejor explique las observaciones dadas?
Se trata de encontrar las variables escondidas en el modelo.

Algoritmo de Viterbi

Uno de los algoritmos más utilizados para resolver este problema es el algoritmo de Viterbi. Este algoritmo encuentra cual es el camino más probable para llegar a un estado determinado i, tomando en cuenta los estados anteriores $\underline{q}$ y las observaciones $\underline{O}$. Para visualizar este algoritmo se utilizan los diagramas Trellis.

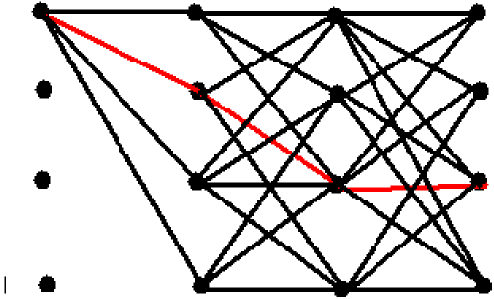


Figura: Diagrama Trellis con el Viterbi Algorithm

Algoritmo de Viterbi

Dado un modelo de HMM $\lambda = (A, B, \pi)$ con N estados y M símbolos de observación, y con una secuencia de observación $O = o_1, o_2, ..., o_T$, la siguiente expresión da la probabilidad más alta de llegar al estado i en el tiempo t:

$$\delta_t(i) = max_{S_1...S_{t-1}} P[S_1...S_{t-1}, S_t = i, o_1...o_t|\lambda].$$

Para recuperar la secuencia de estados, para cada t y $S_t = j$ es necesario encontrar el argumento el cual maximiza la expresión anterior.

Algoritmo de Viterbi

Así, el algoritmo de Viterbi es como se describe a continuación:
1) Inicialización:

$$\delta_1(i) = \pi_i b_i(o_1), \qquad 1 < i < N, \tag{1}$$

Se necesita una variable, $\psi_t(i)$, que vaya guardando los índices de los mejores estados en cada tiempo t, inicialmente:

$$\psi_1(i) = i,$$

2) Recursión:

$$\delta_t(j) = max_{1<i<N}[\delta_{t-1}(i)a_{ij}]b_j(o_t), \tag{2}$$

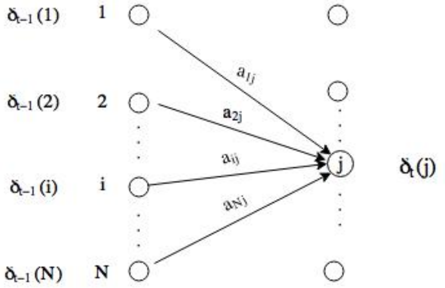
$$2 < t < T, \qquad 1 < j < N,$$

$$\psi_t(j) = argmax_{1<i<N}[\delta_{t-1}(i)a_{ij}], \tag{3}$$

$$2 < t < T, \qquad 1 < j < N.$$

Algoritmo de Viterbi

En esta figura se puede observar que para llegar al estado $q_t = j$ se toma en cuenta todos los estados anteriores que están conectados a él, con sus probabilidades de haber llegado a cada uno de ellos $\delta_{t-1}(i)$, junto con las probabilidades de transición a_{ij}.



Algoritmo de Viterbi

3) Termino:

$$P^* = max_{1<i<N}[\delta_T(i)], \tag{4}$$

P^* representa la probabilidad $P(\underline{O}|\lambda)$.

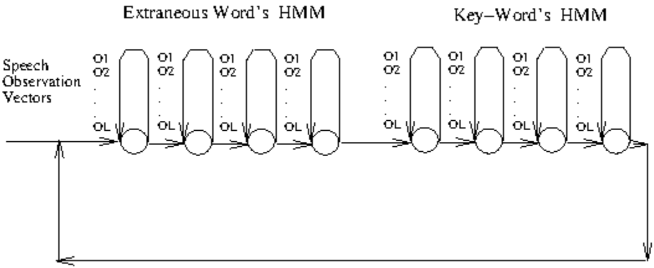
$$s_T^* = argmax_{1<i<N}[\delta_T(i)]. \tag{5}$$

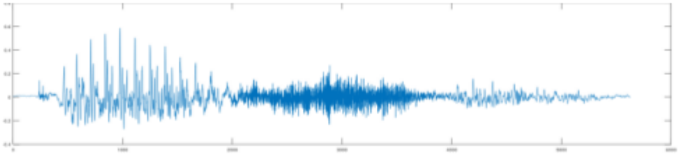
4) Recuperación de la secuencia de estados:

$$s_t^* = \psi_{t+1}(q_{t+1}^*), \tag{6}$$

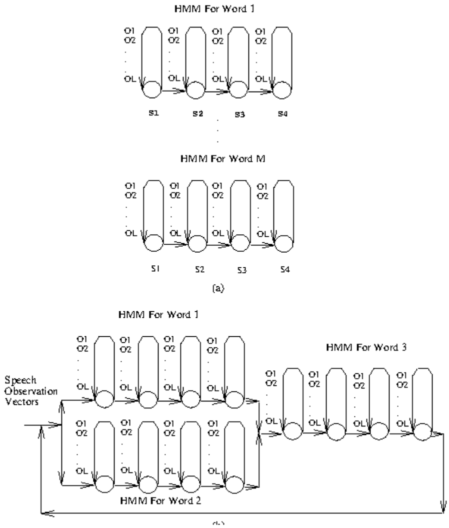
$$t = T-1, T-2, ..., 1.$$

Reconocimiento de palabras claves usando HMMs





Creación de gramáticas con palabras claves usando HMMs

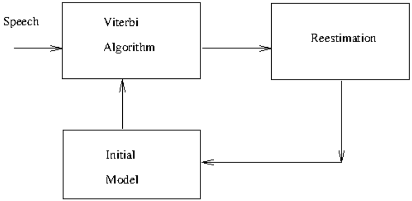


Problemas básicos de las HMM's

3.El problema del aprendizaje:
Dado un modelo y un conjunto de observaciones de entrenamiento $\underline{O} = (O_1, O_2, ..., O_T)$, ¿cómo se calculan los parámetros del modelo $\lambda = (A, B, \pi)$ que maximizan la $p(O|\lambda)$?
Hay varios métodos de optimización para actualizar el modelo $\lambda = (A, B, \pi)$, uno de ellos es el método de Baum-Welch, otro es utilizar algoritmos genéticos y otro es usando métodos estadísticos junto con el algoritmo de Viterbi.

Problemas básicos de las HMM's

Este último método estadístico se describe a continuación:
Dado un módelo inicial $\lambda = (A, B, \pi)$ y un conjunto de observaciones de entrenamiento $\underline{O} = (O_1, O_2, ..., O_T)$, se encuentra la secuencia de estados de la HMM utilizando el algoritmo de Viterbi.



Problemas básicos de las HMM's

Con la secuencia de estados S se calcula lo siguiente:
$NI_1 =$ Número de veces que se empezó en el estado i en el tiemp t=1.
$N_e =$ Número de veces de entrenamientos.

$$\hat{\pi}_i = \frac{NI_1}{N_e}$$

Para calcular las probabilidades de transción $\hat{a}_{ij}$:
$N_{ij} =$ Número de transiciones del estado i al estado j.
$N_i =$ Número de transiciones del estado i a cualquier otro estado.

$$\hat{a}_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_i}$$

Problemas básicos de las HMM's

Para calcular las probabilidades de los simbolos $\hat{b}_j(k)$:
N_{jk} = Número de veces de estar en el estado j y observar el simbolo v_k.
N_j = Número de veces de estar en el estado j.

$$\hat{b}_j(k) = \frac{N_{jk}}{N_j}$$