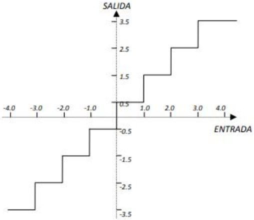
Lección 5: Cuantización Vectorial

Jesús Savage
Carlos Rivera
Andrés Buzo

18 de marzo de 2020

Cuantización Vectorial

La cuantización vectorial es una generalización de la cuantización escalar.



En lugar de usar un solo escalar para cuantizarlo se utiliza todo un vector para ser cuantizado.

Cuantización Vectorial

Un cuantizador vectorial Q, de dimensión k y tamaño N, en una transformación de un vector del espacio euclidiano de dimensión R^k en un conjunto finito C que contiene N salidas o puntos de reproducción llamados vectores de código (codevectors), donde:

$$Q : R^k \rightarrow C$$

$$C = \{\underline{y_1}, \underline{y_2}, ..., \underline{y_n}\}$$

$$\underline{y_i} \in R^k \; \forall \; i \in J = \{1, 2, ..., N\}$$

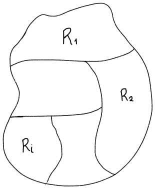
Cuantización Vectorial

El conjunto C es llamado el alfabeto (CodeBook) y tiene un tamaño N, lo que significa que tiene N elementos distintos, donde cada uno de ellos es un vector en R^k
Asociado a cada punto del cuantizador vectorial hay una partición de R^k en N regiones.
La i-ésima región es definida por:

$$R_i = \{\underline{x} \in R^k ; Q(\underline{x}) = \underline{y_i}\}$$

$$UR_i = R^k$$

$$R_i \cap R_j = 0 \; para \; i \neq j$$



Cuantización Vectorial

Un cuantizador vectorial puede ser descompuesto en dos operaciones, la codificación vectorial y la decodificación vectorial.

$$E : R^k \rightarrow J$$

y

$$D : J \rightarrow R^k$$

La operación total de un cuantizador vectorial puede ser interpretado como:

$$Q(\underline{x}) = D(E(\underline{x}))$$

Cuantización Vectorial

Para un alfabeto dado, una partición óptima en la que satisface la condición del vecino más cercano, para cada región R_i, todos los puntos más cercanos al vector de código $\underline{y_i}$ que a cualquier otro código de vector deberá ser asignado a la región R_i.

$$R_i \subset \{\underline{x} : d(\underline{x}, \underline{y_i}) \leq d(\underline{x}, \underline{y_j})\} \; \forall \; j \neq i$$

esto en

$$Q(\underline{x}) = \underline{y_i}$$

solo si

$$d(\underline{x}, \underline{y_i}) \leq d(\underline{x}, \underline{y_j})$$

$$d(\underline{x}, Q(\underline{x})) = min \; d(\underline{x}, \underline{y_i})$$

$$\underline{y_i} \in r$$

Donde $d(\underline{x}, \underline{y_i})$ es una función que mide que tan parecidos son los vectores $\underline{x}, \underline{y_i}$

Medidas de Distorsión

Para una medida de distorsión de error cuadrático medio, $E(|x-y|^2)$ es minimizado cuando y es la media de x

$$f(y) = \varepsilon\{|x-y|^2\} = \varepsilon\{(x^2 - 2xy + y^2)\} = \varepsilon\{x^2\} - 2y\varepsilon\{x\} + y^2$$

$$\frac{\delta f(y)}{\delta y} = -2\varepsilon\{x\} + 2y = 0$$

$$=> y = \varepsilon\{x\}$$

Entonces:

$$Cent(R) = E(\underline{x} \mid \underline{x} \in R)$$

Cuantización Vectorial

Si cada una de las $\underline{x}$ en R tiene una función de densidad de probabilidad uniforme:

$$Cent(R) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}\underline{x}_i$$

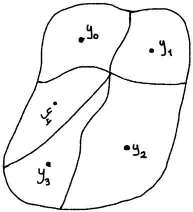
Para: $\underline{x}_i \in R, i = 1, 2, 3, ..., L$

Cuantización Vectorial

Una de las condiciones de optimilidad es que para una partición dada $\{R_i : i = 1, ..., N\}$ los vectores de código satisfacen

$$y_i = cent(R_i)$$

$$cent(R_i) = min\, E\{d(\underline{x}, \underline{y}) \mid \underline{x} \in R_i\}$$



Cuantización Vectorial

En las comunicaciones digitales el codificador se encarga de codificar un vector $\underline{x}$ a un vector $\underline{y_i}$ el cual es parecido a $\underline{x}$. El índice i del vector seleccionado es transmitido (binario) al receptor, donde este realiza un procedimiento de búsqueda en la tabla y genera la reproducción $\underline{y_i}$
El objetivo principal en el diseño de un cuantizador vectorial es el de encontrar el alfabeto, una partición y una regla de decisión que maximiza la medida del desempeño total considerando la secuencia entera de vectores a ser codificados por el cuantizador.

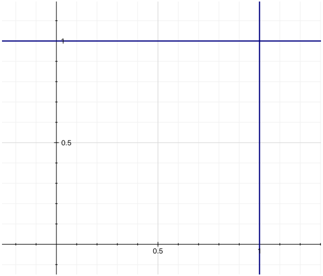
$$D = E\left\{d(\underline{x}, Q(\underline{x})\right\} = \int d(\underline{x}, Q(\underline{x}))f_{\underline{x}}(\underline{x})d\underline{x}$$

$f_{\underline{x}}(\underline{x})$ es la función de probabilidad conjunta del vector $\underline{x}$ y la integral es una integral múltiple sobre un espacio de k dimensiones.

$$D = E\{d(\underline{x}, Q(\underline{x})\} = \sum d(\underline{x_i}, Q(\underline{x_i}))q_x(\underline{x_i})$$

Ejemplo

Objetivo: Encontrar un centroide $\underline{x}_c = (x_c, y_c)$ que disminuya el error cuadrático para vectores de tamaño 2 con una función uniforne conjunta entre 0 y 1:



$$d = \iint |\underline{x} - \underline{x}_c|^2 f(\underline{x}) d\underline{x}$$

Ejemplo

Para una función de densidad conjunta $f(\underline{x})$ uniforme $\underline{x} = (x, y)$

$$d = \int_0^1 \int_0^1 [(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2] \; f(x, y) \; dy \; dx$$

$$= \frac{1}{1} \int_0^1 \int_0^1 [(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2] \; dy \; dx$$

$$= \int_0^1 [(x - x_c)^2 y + \frac{1}{3}(y - y_c)^3] \Big|_0^1 \; dx$$

$$= \int_0^1 [(x - x_c)^2 + \frac{1}{3}(1 - y_c)^3 + \frac{1}{3} y_c^3] \; dx$$

$$= \frac{1}{3}(x - x_c)^3 + \frac{1}{3}(1 - y_c)^3 \; x + \frac{1}{3} y_c^3 \; x \Big|_0^1$$

$$= \frac{1}{3}(1 - x_c)^3 + \frac{1}{3}(1 - y_c)^3 + \frac{1}{3} y_c^3 + \frac{1}{3} x_c^3 = g(x_c, y_c)$$

Ejemplo

Para encontrar los puntos x_c y y_c óptimos minimizando $g(x_c, y_c)$

$$\frac{\delta g(x_c, y_c)}{\delta x_c} = -(1 - x_c)^2 + x_c^2$$

$$= -1 + 2x_C - x_c^2 + x_c^2 = 0$$

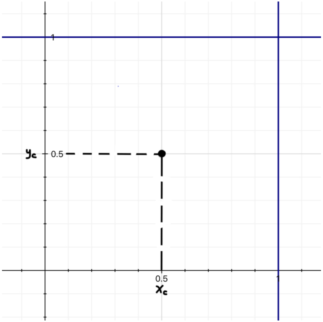
$$x_c = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\delta g(x_c, y_c)}{\delta y_c} = -(1 - y_c)^2 + y_c^2$$

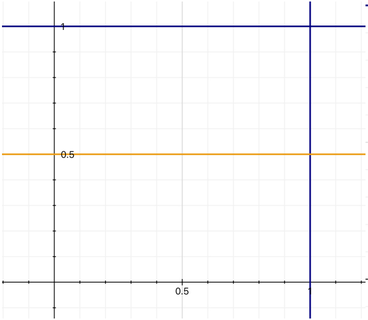
$$= -1 + 2y_c - y_c^2 + y_c^2 = 0$$

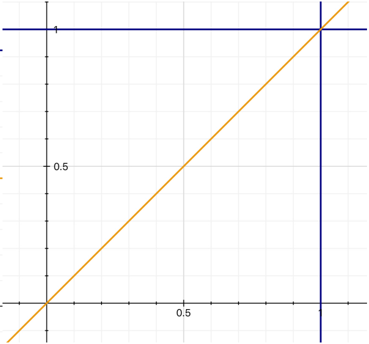
$$y_c = \frac{1}{2}$$

Ejemplo

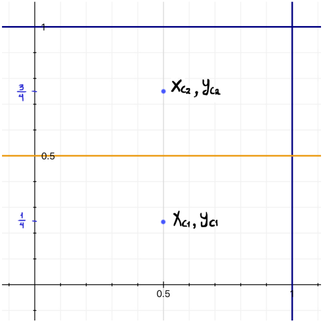


¿Cómo seguir haciendo particiones?





Caso 1



$$d = \iint |\underline{x} - \underline{x}_c|^2 f(\underline{x})\, d\underline{x}$$

Caso 1

$$d_1 = \int_0^1\int_0^{\frac{1}{2}} ((x - x_c)^2 + (y - y_c)^2) f_1(x, y)\ dy\ dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^1 \left[(x - x_c)^2\, y + \frac{1}{3}(y - y_c)^3\right]\Bigg|_0^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^1 \left[(x - x_c)^2 + \frac{1}{3}[\frac{1}{2} - y_c]^3 + \frac{1}{3}y_c^3\right]\ dx$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{6}(x - x_c)^3 + \left[\frac{1}{3}\left[\frac{1}{2} - y_c\right]^3 + \frac{1}{3}y_c^3\right]x\right]\Bigg|_0^1$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{6}(1 - x_c)^3 + \left[\frac{1}{3}\left[\frac{1}{2} - y_c\right]^3 + \frac{1}{3}y_c^3\right] + \frac{1}{6}x_c^3\right] = g_1(x_c, y_c)$$

Caso 1

$$\frac{\delta g_1(x_c, y_c)}{\delta x_c} = \frac{1}{2}\Big(-\frac{1}{2}(1-x_c)^2 + \frac{1}{2}x_c^2\Big) = 0$$

$$= (1-x_c)^2 - x_c^2 = 1 - 2x_c + x_c^2 - x_c^2$$

$$= 1 - 2x_c = 0$$

$$x_c = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\delta g_1(x_c, y_c)}{\delta y_c} = -\Big[\frac{1}{2} - y_c\Big]^2 + y_c^2 = 0$$

$$-\frac{1}{4} + y_c - y_c^2 + y_c^2 = -\frac{1}{4} + y_c = 0$$

$$y_c = \frac{1}{4}$$

Mínimos

$$g_1(x_c, y_c) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$$

$$g_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{6}\left(1 - \frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{3}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right]^3 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3 + \frac{1}{6}\,\frac{1}{8}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{8} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{64} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{64} + \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{8}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{48} + \frac{1}{96} + \frac{1}{48}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{2}{96} + \frac{1}{96} + \frac{2}{96}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{5}{96}\right] = \frac{5}{192} = 0.026041666$$

Caso 1

$$d_2 = \int_0^1 \int_{\frac{1}{2}}^1 \left[(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 \right] f_2(x, y)\, dx\, dy$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 \left[(x - x_c)^2 y + \frac{1}{3}(y - y_c)^3 \right] \Bigg|_{\frac{1}{2}}^1 dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 \left[\left((x - x_c)^2 \cdot 1 + \frac{1}{3}(1 - y_c)^3 \right) - \left((x - x_c)^2 \frac{1}{2} + \frac{1}{3}(\frac{1}{2} - y_c)^3 \right) \right] dx$$

$$\frac{1}{2} \int_0^1 \left[\frac{1}{2} \Big((x - x_c)^2 + \frac{1}{3} \Big((1 - y_c)^3 - (\frac{1}{2} - y_c)^3 \Big) \Big) \right] dx$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{6} \Big((x - x_c)^3 + \frac{1}{3} ((1 - y_c)^3 - (\frac{1}{2} - y_c)^3) x \Big) \right] \Bigg|_0^1$$

Caso 1

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{6}\Big((1-x_c)^3 + \frac{1}{3}((1-y_c)^3 - (\frac{1}{2}-y_c)^3)\Big) + \frac{1}{6}x_c^3\right] = g_2(x_c, y_c)$$

$$\frac{\delta g_2(x_c, y_c)}{\delta x_c} = \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{2}(1-x_c)^2 + \frac{1}{2}x_c^2\right] = 0$$

$$(1-x_c)^2 - x_c^2 = 1 - 2x_c + x_c^2 - x_c^2$$

$$= 1 - 2x_c = 0$$

$$x_c = \frac{1}{2}$$

Caso 1

$$\frac{\delta g_2(x_c, y_c)}{\delta y_c} = \frac{1}{2}\left[-(1 - y_c)^2 + \left(\frac{1}{2} - y_c\right)^2 \right] = 0$$

$$-1 + 2y_c - y_c^2 + \frac{1}{4} - y_c + y_c^2$$

$$-\frac{3}{4} + y_c = 0$$

$$y_c = \frac{3}{4}$$

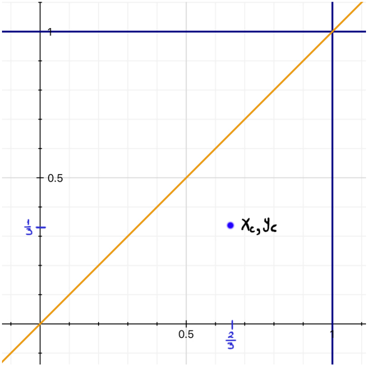
Mínimos

$$g_2(x_c, y_c) = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$$

$$g_2\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{6}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{3}\left(\left(1 - \frac{3}{4}\right)^3 - \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)\right]\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{8} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{64} - \frac{1}{3}\left(\frac{-1}{64}\right) + \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{8}\right) = \frac{5}{192}$$

Caso 2



$$d_3 = \int_0^1 \int_0^x \left((x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 \right) f_3(x, y)\, dy\, dx$$

Caso 2

$$d_3 = \frac{1}{2}\int_0^1 \left[(x-x_c)^2\, y + \frac{1}{3}(y-y_c)^3 \right] \Big|_0^x \, dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^1 \left[(x-x_c)^2\, x + \frac{1}{3}(x-y_c)^3 + \frac{1}{3}{y_c}^3 \right] dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^1 \left[(x^2 - 2\,x\,x_c + {x_c}^2)\,x + \frac{1}{3}(x^3 - 3\,x^2\,y_c + 3\,x\,{y_c}^2) + \frac{1}{3}{y_c}^3 \right] dx$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{x^4}{4} - \frac{2}{3}x^3\,x_c + \frac{{x_c}^2\,x^2}{2} + \frac{1}{12}x^4 - \frac{x^3}{3}y_c + \frac{x^2}{2}{y_c}^2 - \frac{1}{3}{y_c}^3\,x + \frac{1}{3}x\,{y_c}^3 \right] \Big|_0^1$$

Caso 2

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{4} - \frac{2}{3}x_c + \frac{{x_c}^2}{2} + \frac{1}{12} - \frac{y_c}{3} + \frac{{y_c}^2}{2} - \frac{1}{3}{y_c}^3 + \frac{1}{3}{y_c}^3\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[\frac{4}{12} - \frac{2}{3}x_c + \frac{{x_c}^2}{2} - \frac{y_c}{3} + \frac{{y_c}^2}{2}\right] \\
&= g_3(x_c, y_c)
\end{aligned}
$$

Caso 2

$$\frac{\delta g_3(x_c, y_c)}{\delta x_c} = -\frac{2}{3} + \frac{2x_c}{2} = 0$$

$$x_c = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\delta g_3(x_c, y_c)}{\delta y_c} = -\frac{1}{3} + y_c = 0$$

$$y_c = \frac{1}{3}$$

Caso 2

$$g_3\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2}\left[\frac{4}{12} - \frac{4}{9} + \frac{\frac{4}{9}}{2} - \frac{\frac{1}{3}}{3} + \frac{\frac{1}{9}}{2}\right]$$

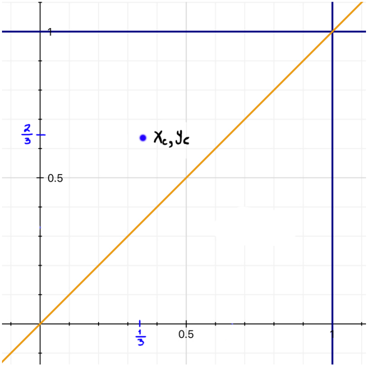
$$= \frac{1}{2}\left[\frac{4}{12} - \frac{4}{9} + \frac{4}{18} - \frac{1}{9} + \frac{1}{18}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{4}{12} - \frac{5}{9} + \frac{5}{18}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{4}{12} - \frac{5}{18}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{4}{2\cdot 6} - \frac{5}{3\cdot 6}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{4\cdot 3\cdot 6 - 5\cdot 2\cdot 6}{2\cdot 3\cdot 6^2}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{3\cdot 4 - 2\cdot 5}{6^2}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{2}{36}\right] = \frac{1}{36} = 0.0277$$

Caso 2



$$d_4 = \int_0^1 \int_0^y \left((x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 \right) f_4(x, y)\, dx\, dy$$

Caso 2

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 \left[\frac{1}{3} (x - x_c)^3 + (y - y_c)^2 \, x \right] \Bigg|_0^y dy$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 \left[\frac{1}{3} (y - x_c)^3 + (y - y_c)^2 \, y - \frac{1}{3} \, {x_c}^3 \right] dy$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 \left[\frac{1}{3} (y^3 - 3\, y^2 \, x_c + 3\, y \, {x_c}^2 - {x_c}^3) + \frac{1}{3} \, {x_c}^3 + (y^3 - 2\, y^2 \, y_c + {y_c}^2 \, y) \right] dy$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{12} \, y^4 - \frac{y^3}{3} \, x_c + \frac{y^2}{2} \, {x_c}^2 - \frac{1}{3} \, {x_c}^3 \, y + \frac{1}{3} \, {x_c}^3 \, y + \frac{y^4}{4} - \frac{2}{3} \, y^3 \, y_c + \frac{{y_c}^2 \, y^2}{2} \right] \Bigg|_0^1$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{12} - \frac{x_c}{3} + \frac{{x_c}^2}{2} + \frac{1}{4} - \frac{2}{3} \, y_c + \frac{{y_c}^2}{2} \right]$$

Caso 2

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{4}{12} - \frac{x_c}{3} + \frac{{x_c}^2}{2} - \frac{2}{3}\,y_c + \frac{{y_c}^2}{2}\right] = g_4(x_c, y_c)$$

$$\frac{\delta\, g_4(x_c, y_c)}{\delta\, x_c} = -\frac{1}{3} + \frac{2\,x_c}{2} = 0$$

$$=> x_c = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\delta\, g_4(x_c, y_c)}{\delta\, y_c} = -\frac{2}{3} + \frac{2\,y_c}{2} = 0$$

$$=> y_c = \frac{2}{3}$$

$$g\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2}\left[\frac{4}{12} - \frac{1}{9} + \frac{1}{18} - \frac{4}{9} + \frac{4}{18}\right] = \frac{1}{36} = 0.02777$$

Conclusión

$$Como: \left(g_1 = g_2 \ < \ g_3 = g_4\right)$$

Podemos decir que la partición de g_1 y g_2 es mejor que la partición de g_3 y g_4.

Agrupamiento (Clustering) Usando Cuantización Vectorial

Dado un conjunto de N_v vectores, $\underline{X_j} = (x_j, y_j), j = 1, \ldots, N_v$ que representan la posición de puntos en el espacio libre, un conjunto de centroides es encontrado los cuales representan los vectores. Una colección de centroides es llamado *libro de codificación* o *CodeBook*.

Para encontrar los centroides óptimos que particionen un espacio se utiliza el algoritmo modifica de Lloyd o mejor conocido como Linde-Buzo-Gray (LBG)

Algoritmo de Lloyd generalizado (LBG)

Algoritmo de Lloyd generalizado, conocido como LBG (Linde, Buzo, Gray)

a) Dado un alfabeto, $\gamma_m = \{\underline{\gamma}_i\}$, encuentre la partición óptima de las celdas de cuantización, use la condición del vecino más cercano para formar las celdas. $R = \{\, x : \ d(\underline{x}, \underline{y}_i) \leq d(\underline{x}, \underline{y}_j) \,\} \, \forall \, j \neq i$.
b) Usando la condición de Centroide, encuentre el γ_{m+1} el alfabeto de reproducción óptimo (alfabeto) para el conjunto de agrupamientos encontrado.
c) Calcular la distorsión promedio para γ_{m+1}, si ha cambiado por una cantidad muy pequeña desde la última iteración, alto. En caso contrario poner $m+1$ y regresar al paso 1

Algoritmo de Linde-Buzo-Gray

1. Calcular el primer centroide:

Dados los puntos en el espacio libre:

$$\underline{X}_1 = [x_1, y_1]$$

$$\underline{X}_2 = [x_2, y_2]$$

$$\vdots$$

$$\underline{X}_i = [x_i, y_i]$$

$$\vdots$$

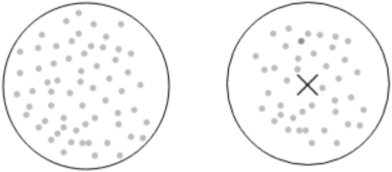
$$\underline{X}_{N_v} = [x_{N_v}, y_{N_v}]$$

Algoritmo de Linde-Buzo-Gray

El primer centroide se calcula, con $i = 1$:

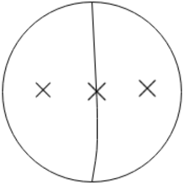
$$\overline{C_i} = \frac{1}{N_v} \sum_{j=1}^{N_v} \underline{X}_j$$

$$\overline{C_i} = [C_{ix}, C_{iy}] = \left[\frac{1}{N_v} \sum_{j=1}^{N_v} x_j \, , \, \frac{1}{N_v} \sum_{j=1}^{N_v} y_j \right]$$



Algoritmo de Linde-Buzo-Gray

2. Generar dos centroides nuevos a partir del centroide $\overline{C_i}$ o centroides anteriores:



$$\overline{C}_{i+1} = \overline{C_i} * \epsilon_1$$

$$\overline{C}_{i+2} = \overline{C_i} * \epsilon_2$$

$$\epsilon_1 = 0\ .\ 9999$$

$$\epsilon_2 = 1\ .\ 0001$$

Algoritmo de Linde-Buzo-Gray

3. Agrupe los vectores de entrenamiento en dos grupos de acuerdo al centroide más cercano.

$$d_1 = \ distancia\ (\underline{X_j}\ ,\ \overline{C}_{i+1})$$

$$d_2 = \ distancia\ (\underline{X_j}\ ,\ \overline{C}_{i+2})$$

Algoritmo de Linde-Buzo-Gray

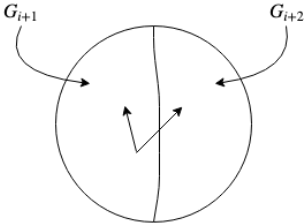
Si $d_1 < d_2$
Se asigna el vector $\underline{X}_j$ a la region G_{i+1}

$$\underline{X}_j \rightarrow G_{i+1}$$

en caso contrario asignarlo a la región G_{i+2}:

$$\underline{X}_j \rightarrow G_{i+2}$$

Esta operación se hace para todos los vectores, $1 \leq j \leq N_v$



Algoritmo de Linde-Buzo-Gray

4. Recalcular los centroides

El proceso de separar los vectores en regiones y encontrar nuevos centroides se debe repetir en varias iteraciones. Para cada iteración t se calcula la distancia global, empezando con:

$$D_g^t = 0$$

Sumar la distancia global con la menor distancia calculada para todos los vectores $\underline{X_j}$, $1 \leq j \leq N_v$

$$d_1 = \ distancia \left(\underline{X_j} \ , \ \overline{C}_{i+1} \right)$$

$$d_2 = \ distancia \left(\underline{X_j} \ , \ \overline{C}_{i+2} \right)$$

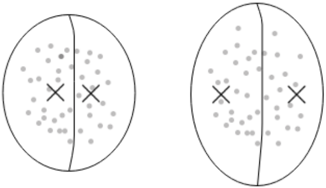
$$D_g^t = D_g^t + min \left(d_1, d_2 \right)$$

Algoritmo de Linde-Buzo-Gray

Con los vectores separados se vuelven a calcular los centroides:

$$\overline{C}_{i+1} = \frac{1}{Num.\ Vect.\ G_{i+1}} \sum_{j=1}^{Num.\ Vect.\ G_{i+1}} \underline{X}_j$$

$$\overline{C}_{i+2} = \frac{1}{Num.\ Vect.\ G_{i+2}} \sum_{j=1}^{Num.\ Vect.\ G_{i+2}} \underline{X}_j$$



Algoritmo de Linde-Buzo-Gray

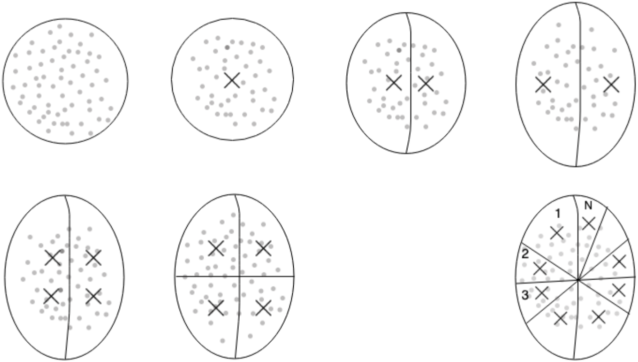
Si la diferencia de distancia entre una iteración actual y la anterior:

$$(D_g^t - D_g^{t_1}) \geq \epsilon$$

ir al punto 3. Este proceso se repite varias veces hasta que se estabilicen los centroides.
En caso contrario ir al punto 2 para modificar los centroides por una pequeña cantidad.

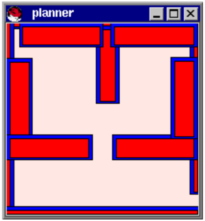
Algoritmo de Linde-Buzo-Gray

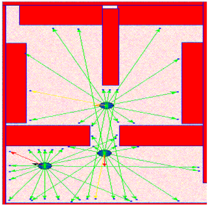
Se termina cuando se han obtenido las particiones necesarias.



Algoritmo de Linde-Buzo-Gray

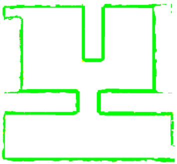
Ejemplo:
Se coloca al robot en el medio ambiente y esté empieza a navegar tomando muestras con su sensores.



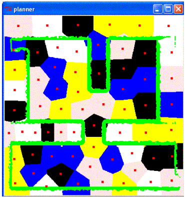


Algoritmo de Linde-Buzo-Gray

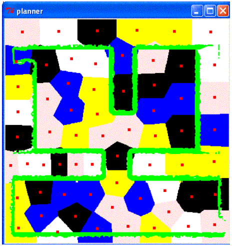
Se genera una nube de puntos del medio ambiente, separando el espacio libre del espacio ocupado.



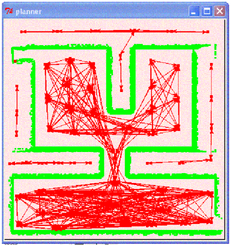
Se cuantiza el espacio libre, es decir puntos en los cuales no se detectó un obstáculo.



Algoritmo de Linde-Buzo-Gray



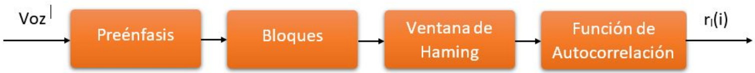
Uniendo los centroides se encuentra el mapa topológico del lugar.

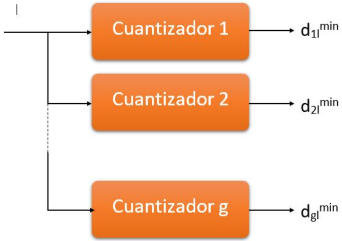


Reconocimiento de voz

En el reconocimiento de voz utilizando cuantizadores vectoriales cada palabra se representa por un cuantizador vectorial. Después la palabra de entrada es cuantizada usando cada uno de los cuantizadores y el cuantizador que de el valor de distorsión más pequeño es el patrón de reconocimiento.

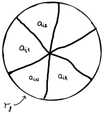
Algoritmo de Lloyd generalizado (LBG)





Algoritmo de Lloyd generalizado (LBG)

Cada cuantizador i cuenta con N regiones de vectores de LPC, entonces se comparan estos vectores con el vector de correlación de entrada de uno de los bloques $\underline{r_l}$, donde l es el número de bloque, y se escoge el vector con menor distorsión.



$$d_{il}^{min} = \{d_{il}^{h} < d_{il}^{b}\} \quad b \neq h$$

Se utiliza la distancia de Itakura-Saito

$$d_{il}^{h} = r_a^{ih}(0) r_l(0) + 2\sum_{k=1}^{p} r_a^{ih}(k) r_l(k)$$

Algoritmo de Lloyd generalizado (LBG)

Palabra reconocida j si:

$$\sum_{k=0}^{L} d_j k^{min} < \sum_{k=0}^{L} d_i k^{min}$$

$$\forall \; j \neq i$$