

# Lección 13: Cinemática de un Robot Móvil

Jesús Savage

Facultad de Ingeniería, UNAM

Trabajo realizado con el apoyo del Programa

UNAM-DGAPA-PAPIME PE100821

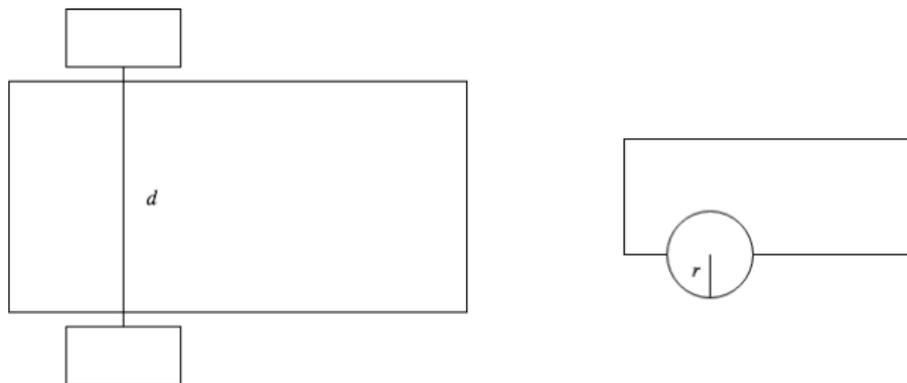
Derechos reservados, 2023

19 de junio de 2023

# Índice

- 1 Modelo Cinemático Simplificado del Robot
- 2 Movimiento Lineal del Robot
- 3 Movimiento Rotacional del Robot
- 4 Velocidades Lineales y Rotacionales del Robot
- 5 Velocidades Angulares de las Llantas

# Modelo Cinemático Simplificado del Robot



$r$  = radio de la llanta.

$d$  = distancia entre las llantas.

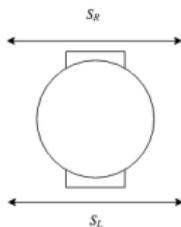
$ticks\_per\_rev$  = número de pulsos del codificador para una vuelta completa de la llanta.

$ticks_L$  = número de pulsos del codificador izquierdo.

$ticks_R$  = número de pulsos del codificador derecho.

# Movimiento Lineal del Robot

Para un robot que avanza hacia adelante o atrás.



Movimientos del robot del lado izquierdo  $S_L$  y del derecho  $S_R$ :

$$S_L = \frac{2\pi \cdot r \cdot \text{ticks}_L}{\text{ticks\_per\_rev}} = 2\pi \cdot r \cdot \theta_L$$

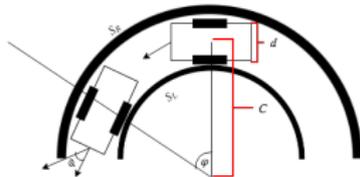
$$S_R = \frac{2\pi \cdot r \cdot \text{ticks}_R}{\text{ticks\_per\_rev}} = 2\pi \cdot r \cdot \theta_R$$

Movimiento total del robot  $S$ :

$$S = \frac{(S_L + S_R)}{2}$$

# Movimiento Rotacional del Robot

Para un robot que avanza y gira al mismo tiempo.



$$S_R = \varphi \cdot \left(c + \frac{d}{2}\right), \quad S_L = \varphi \cdot \left(c - \frac{d}{2}\right)$$

$$S_R - S_L = \varphi \cdot d$$

$$\varphi = \frac{(S_R - S_L)}{d} = \textit{angulo del robot}$$

# Velocidades Lineales y Rotacionales del Robot

Derivando las ecuaciones de  $S_R$ ,  $S_L$  y  $S$  se obtiene la velocidad lineal del robot:

$$V_R = 2\pi r \dot{\theta}_R = 2\pi r \omega_R, \quad V_L = 2\pi r \dot{\theta}_L = 2\pi r \omega_L$$

$$V = \frac{1}{2}(V_R + V_L)$$

Donde:

$\omega_L$  es la velocidad angular de la llanta izquierda.

$\omega_R$  es la velocidad angular de la llanta derecha.

Derivando la ecuación de  $\varphi$  se obtiene la velocidad rotacional del robot:

$$W = \frac{2\pi r \dot{\theta}_R - 2\pi r \dot{\theta}_L}{d} = \frac{2\pi r \omega_R - 2\pi r \omega_L}{d}$$

# Velocidades Lineales y Rotacionales del Robot

Representando estas ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix} = 2\pi r \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{d} & \frac{1}{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_L \\ \omega_R \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \omega_L \\ \omega_R \end{bmatrix}$$

$V$  es la velocidad lineal del robot.

$W$  es la velocidad rotacional del robot.

## Velocidades Angulares de las Llantas

Si se conocen las velocidades lineal y angular del robot  $V$  y  $W$  se pueden encontrar las velocidades angulares de cada uno de las llantas conectadas a los motores  $\omega_L$  y  $\omega_R$ :

$$\begin{bmatrix} \omega_L \\ \omega_R \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi r} \begin{bmatrix} 1 & \frac{-d}{2} \\ 1 & \frac{d}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ W \end{bmatrix}$$