

Practica 4

Mínimos Cuadrados y Localización usando Triangulación

Duración: 3 semanas

Objetivo:

El robot cuenta con sensores de proximidad que le permiten calcular la distancia a la cual se encuentran los objetos. A las lecturas que hacen los sensores se les agregan señales de ruido v no deseadas a los valores reales r y se desea en lo posible eliminar este ruido:

$$x = r + v$$

Se colocan objetos enfrente de robot a una distancia conocida y se hacen lecturas de los sensores, sin y con ruido, como se muestra en la figura 1, obteniéndose un grupo de datos

$$(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), \dots, (x_n, f(x_n))$$

como el mostrado en la tabla 2.

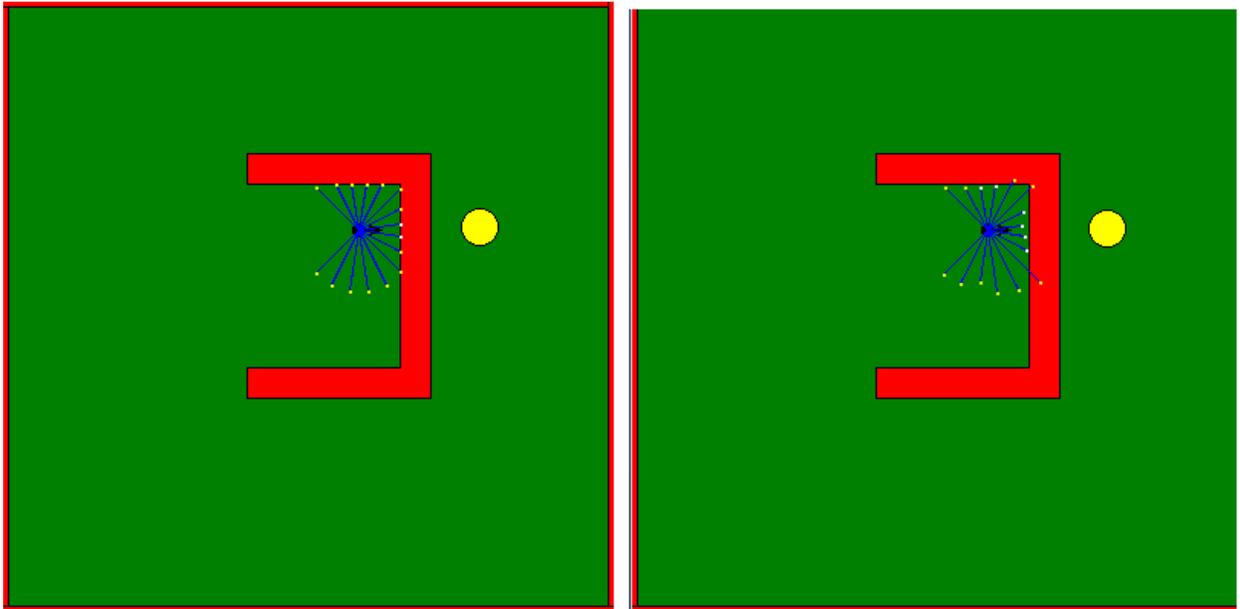


Fig. 1. Del lado izquierdo se muestra al robot tomando muestras con los sensores de proximidad sin ruido, en el derecho con ruido.

El objetivo es encontrar una función $y_m(x)$ que estime los valores reales a partir de las lecturas de los sensores.

<i>Valor Leído</i>	<i>Valor Real</i>	<i>Valor Estimado</i>
x_i	$f(x_i)$	$y_M(x_i)$
x_1	$f(x_1)$	$y_M(x_1)$
x_2	(x_2)	$y_M(x_2)$
\cdot	\cdot	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot
x_i	$f(x_i)$	$y_M(x_i)$
\cdot	\cdot	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot
x_n	$f(x_n)$	$y_M(x_M)$

Fig. 2. Tabla con valores leídos, reales y estimados.

Dada la lectura x de un sensor, si la función de estimación es de la siguiente forma:

$$y_m(x) = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + \dots + a_{m+1} x^m$$

El objetivo es encontrar los valores de las constantes a_1, a_2, \dots, a_{m+1} tal que el error cuadrático sea mínimo.

$$\begin{aligned} E &= \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (f(x_i) - y_m(x_i))^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (f(x_i) - a_1 - a_2 x_i - a_3 x_i^2 - \dots - a_{m+1} x_i^{m+1})^2 \end{aligned}$$

Para $y_1(x) = a_1 + a_2 x$ el error cuadrático se minimiza derivando la función del error con respecto a a_1 y a_2 , encontrándose los siguientes valores óptimos de a_1 y a_2 :

$$a_1 = \frac{\sum_{i=1}^n f(x_i) \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i f(x_i) \cdot \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

$$a_2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f(x_i) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$

1. Coloque al robot en el simulador como se muestra en la figura 1 del lado derecho, usando el medio ambiente $random_{10}$, tomando 100 lecturas sin ruido con el anillo de 16 sensores, juntando los valores como $f(x_i)$, al final se deben de tener 1600 valores. Repita el mismo procedimiento, con el robot en la misma posición, ahora seleccionando en el simulador para que se agregue ruido, como se muestra en el lado derecho de la figura 1, juntando ahora los valores x_i .

Usando las expresiones para calcular a_1 y a_2 , encuentre sus valores óptimos y muestre sus resultados como los que se muestran en la tabla 2.

Localización usando Triangulación

Objetivo:

Se cuenta con un sistema que encuentra marcas (landmarks) en el medio ambiente, encontrando la distancia r a la cual se encuentran con respecto a la posición del robot. La distancias r_i sirven para formar tres círculos centrados en la posición de las marcas (x_i, y_i) y encontrando su intersección se puede encontrar la posición del robot (x, y) .

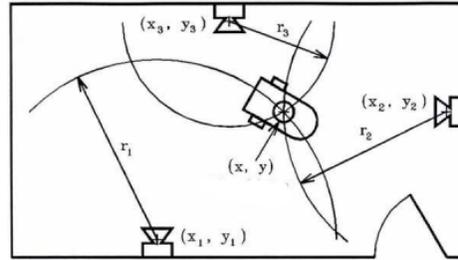


Fig. 3. Landmarks encontradas por el robot

Entonces, las ecuaciones de cada una de las circunferencias se pueden expresar como:

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r_1^2$$

$$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = r_2^2$$

$$(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 = r_3^2$$

Entonces la posición del robot (x, y) calculada por estas referencias (landmarks) se encuentra de la siguiente forma:

$$x = \frac{(y_2 - y_1)(r_2^2 - r_3^2 - x_2^2 + x_3^2 - y_2^2 + y_3^2) - (y_3 - y_2)(r_1^2 - r_2^2 - x_1^2 + x_2^2 - y_1^2 + y_2^2)}{2(x_3 - x_2)(y_2 - y_1) - 2(x_2 - x_1)(y_3 - y_2)}$$

$$y = \frac{(x_2 - x_1)(r_2^2 - r_3^2 - x_2^2 + x_3^2 - y_2^2 + y_3^2) - (x_3 - x_2)(r_1^2 - r_2^2 - x_1^2 + x_2^2 - y_1^2 + y_2^2)}{2(x_2 - x_1)(y_3 - y_2) - 2(x_3 - x_2)(y_2 - y_1)}$$

2. Coloque al robot en el simulador en el medio ambiente $random_1$, colocando tres landmarks en las paredes de éste. Instrumente una función que lea la distancia r_i que hay entre el robot y una landmark i . Con las lecturas r_i y conociendo la posición de las landmarks (x_i, y_i) encuentre la posición del robot (x, y) .

3. Repita el punto anterior con 10 posiciones diferentes del robot.